Dein Feedback von Mathis

14. April 2024

Thema	Punkte
Analysis	**36.5/60**
Teil A: Aufgabe 1	4/5
Teil A: Aufgabe 2	3.0/5
Teil A: Aufgabe 3	3.5/5
Teil A: Aufgabe 4	2.0/5
Teil B: Aufgabe 1	24.0/40
Stochastik	**17.0/30**
Teil A: Aufgabe 1	3.0/5
Teil B: Aufgabe 1	7.5/17
Teil B: Aufgabe 2	6.5/8
Geometrie	**7.5/30**
Teil A: Aufgabe 1	1.5/5
Teil B: Aufgabe 1	6.0/25
Gesamt	**61.0/120**

Dein Feedback

Du hast es geschafft! Im Folgenden erhältst du dein Feedback von Mathis, welches folgendermaßen strukturiert ist:

1. **Stärken und Verbesserungsmöglichkeiten:** Zu jedem Thema erhältst du einige Punkte, die in der Klausur gut gelaufen sind und eine Übersicht dazu, in welchen Themenbereichen du Punkte verloren hast.

2. **Aufgabenvorschläge:** In den Übersichten erhältst du von Mathis zu jeder Verbesserungsmöglichkeit einen Link zu Serlo-Aufgaben, mit denen du das Thema nochmal üben kannst. Außerdem findest du dort auch einige Aufgaben aus bayrischen Abituren, die das Thema behandeln. Die Abiture findest du kostenlos zum Download unter: `https://www.isb.bayern.de/schularten/gymnasium/leistungserhebungen/abiturpruefung/mathematik/`.

3. **Aufgabenfeedback:** Mathis hat dir außerdem für jede Teilaufgabe zur Bewertung einen kurzen oder auch längeren Kommentar zu deiner Lösung geschrieben :)

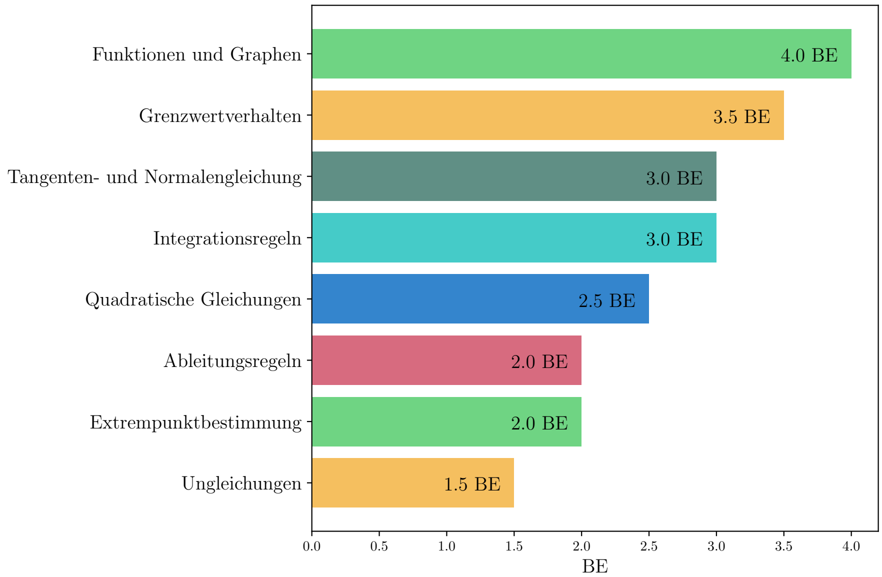
Bei Rückfragen zu deiner Korrektur oder falls du uns Feedback geben willst, erreichst du uns jederzeit per E-Mail unter **info@abimitmathis.de**. Bitte gib bei Fragen immer deinen Klausurcode mit an!

Analysis

Deine besten Themen

- Lineare Gleichungen und Gleichungssysteme (2/2 BE)
- Achsen- und Punktsymmetrie (2/2 BE)
- Trigonometrie im rechtwinkligen Dreieck (2.5/2.5 BE)

Verlorene Punkte auf einen Blick



Nächste Schritte

Themenbereich	Lernmaterial	Übungsaufgaben
Funktionen und Graphen	Serlo	Serlo, 2019 – Gruppe 1 – A – Ana 4b, 2020 – Gruppe 1 – B – Ana 2c und 2023 – Gruppe 2 – A – Ana 4b
Grenzwertverhalten	Serlo	Serlo, 2019 – Gruppe 1 – B – Ana 1a, 3a, 2021 – Gruppe 2 – B – Ana 2a und 2022 – Gruppe 2 – B – Ana 1a
Tangenten- und Normalengleichung	Serlo	Serlo, 2019 – Gruppe 2 – A – Ana 1b, 2019 – Gruppe 1 – B – Ana 3c und 2023 – Gruppe 2 – A – Ana 2a
Integrationsregeln	Serlo	Serlo, 2023 – Gruppe 2 – B – Ana 1e und 2021 – Gruppe 1 – B – Ana 1d
Quadratische Gleichungen	Serlo	Serlo, 2020 – Gruppe 1 – A – Ana 3ab und 2021 – Gruppe 1 – A – Ana 2a
Ableitungsregeln	Serlo	Serlo, 2019 – Gruppe 1 – A – Ana 1, 2019 – Gruppe 1 – B – Ana 1d, 2b, 3bc und 2019 – Gruppe 2 – B – Ana bdj
Extrempunktbestimmung	Serlo	Serlo, 2019 – Gruppe 1 – A – Ana 1, 2019 – Gruppe 2 – B – Ana be und 2021 – Gruppe 1 – B – Ana 2d
Ungleichungen	Serlo	Serlo und 2022 – Gruppe 2 – A – Ana 4b
Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen	Serlo	Serlo, 2021 – Gruppe 2 – B – Ana 1h und 2021 – Gruppe 1 – B – Ana 2b
Fläche unter einer Kurve	Serlo	Serlo, 2019 – Gruppe 1 – B – Ana 2e und 2020 – Gruppe 2 – A – Ana 2b

Detaillierte Korrektur

Analysis – Teil A

Aufgabe 1 (4/5 Punkten)

2/2 BE **a)** Gegeben ist die Funktion $f : x \mapsto \frac{x^2+2x}{x+1}$ mit maximaler Definitionsmenge D_f. Geben Sie D_f und die Nullstellen von f an.

→ Nenner darf nicht Null werden, daher

$x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$

$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

→ $f(x) = 0 \Leftrightarrow x^2+2x=0$

$\Leftrightarrow x(x+2)=0 \Leftrightarrow x_1=0,\ x_2=-2$

- **Definitionsbereich**: Du hast zutreffend festgestellt, dass der Nenner nicht Null werden darf und somit $x \neq -1$ sein muss. Deine Ermittlung des Definitionsbereichs $\mathbb{D}_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ ist korrekt. (1 BE)
- **Nullstellen**: Du hast die Gleichung $f(x) = 0$ korrekt aufgestellt, den Zähler gleich Null gesetzt und faktorisiert. Die Anwendung der Nullproduktregel, um die Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = -2$ zu ermitteln, ist ebenfalls korrekt. (1 BE)

2/3 BE **b)** Geben Sie den Term einer gebrochen-rationalen Funktion h an, die die folgenden Eigenschaften hat: Die Funktion h ist in $\mathbb{R}$ definiert; ihr Graph besitzt die Gerade mit der Gleichung $y = 3$ als waagrechte Asymptote und schneidet die y-Achse in Punkt $(0|4)$.

→ waagrechte Asymptote: $+3$

also z.B. $\frac{1}{x+a} + 3$

→ für $x=0$ soll 4 $\quad \frac{1}{0+a} + 3 = 4$

$\rightarrow a = 1$

$\Rightarrow \frac{1}{x+1} + 3 = h(x)$

- **Nennerwahl**: Deine Wahl des Nenners war inkorrekt, da dieser eine Nullstelle hat, weshalb die Funktion nicht für alle $x \in \mathbb{R}$ definiert ist. Um Definitionslücken zu vermeiden, wäre ein Nenner ohne Nullstellen wie beispielsweise $x^2 + 1$ günstig gewesen (0 BE).
- **Waagrechte Asymptote**: Du hast die Asymptote $y = 3$ korrekt durch eine Addition des konstanten Terms 3 erreicht (1 BE).
- **Schnittpunkt mit der y-Achse**: Du hast den Funktionswert für $x = 0$ richtig geprüft und festgestellt, dass bei $a = 1$ der erwünschte Schnittpunkt $(0|4)$ entsteht(1 BE).

Aufgabe 2 (3/5 Punkten)

Gegeben ist die in $\mathbb{R}^+$definierte Funktion $\mathrm{g} : \mathrm{x} \mapsto \frac{4}{\mathrm{x}}$. Abbildung 1 zeigt den Graphen von g.

2/2 BE **a)** Berechnen Sie den Wert des Integrals $\int_1^e g(x)\mathrm{d}x$.

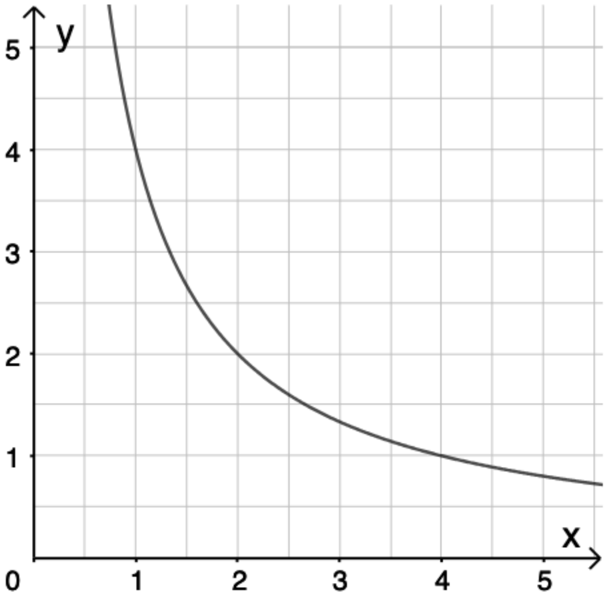


Abb. 1

$$\int_1^e g(x)\,dx = \int_1^e \frac{4}{x}\,dx$$
$$= [4\ln(x)]_1^e$$
$$= 4\ln(e) - 4\ln(1)$$
$$= 4 - 0 = 4$$

- **Konstanter Faktor**: Obwohl du den Faktor 4 nicht explizit vor das Integral gezogen hast, hast du ihn korrekt im Rahmen der Integration mitgeführt. (1 BE)
- **Integration**: Du hast die Integration der Funktion $g(x) = \frac{4}{x}$ korrekt durchgeführt und als Stammfunktion $4\ln(x)$ identifiziert. (1 BE)
- **Grenzen einsetzen**: Du hast die Integrationsgrenzen 1 und e korrekt eingesetzt und das Endergebnis ausgerechnet. (1 BE)

1/3 BE **b)** Ermitteln Sie grafisch diejenige Stelle $x_0 \in \mathbb{R}^+$, für die gilt: Die lokale Änderungsrate von g an der Stelle x_0 stimmt mit der mittleren Änderungsrate von g im Intervall $[1; 4]$ überein.

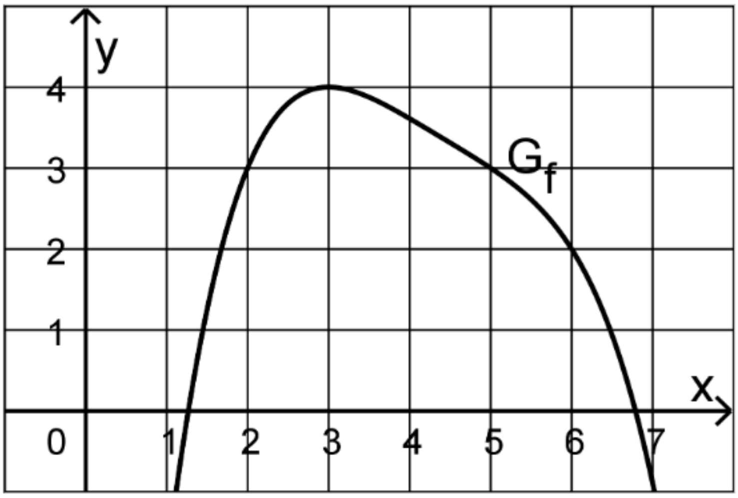


Abb. 2

→ Mittlere Änderungsrate: Sekante
→ Lokale Änderungsrate: Tangente

- **Mittlere Änderungsrate**: Du hast richtig die mittlere Änderungsrate mit einer Sekante in Verbindung gebracht. (0,5 BE)
- **Lokale Änderungsrate**: Du hast korrekt erkannt, dass die lokale Änderungsrate der Steigung der Tangente entspricht. (0,5 BE)
- **Stelle x_0 finden**: Um die Stelle x_0 zu finden, müsstest du die Sekante, die du in Verbindung mit der mittleren Änderungsrate erwähnt hast, entlang des Graphen von g verschieben, bis sie zur Tangente wird. Dies ist eine praktische Methode, die lokale Änderungsrate grafisch zu ermitteln. (0 BE)

Aufgabe 3 (3.5/5 Punkten)

Der Graph G_f der in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktion f besitzt nur an der Stelle $x = 3$ eine waagrechte Tangente (vgl. Abbildung 2). Betrachtet wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion g mit $g(x) = f(f(x))$.

2/2 BE **a)** Geben Sie mithilfe von Abbildung 2 die Funktionswerte $f(6)$ und $g(6)$ an.

$f(6) = 2$

$g(6) = f(f(6)) = f(2) = 3$

- **Funktionswert** $f(6)$: Du hast aus Abbildung 2 richtig abgelesen, dass $f(6) = 2$. (1 BE)
- **Funktionswert** $g(6)$: Du hast korrekt erkannt, dass $g(6) = f(f(6)) = f(2) = 3$ ist. (1 BE)

1.5/3 BE **b)** Gemäß der Kettenregel gilt $g'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x)$. Ermitteln Sie damit und mithilfe von Abbildung 2 alle Stellen, an denen der Graph von g eine waagrechte Tangente besitzt.

$g'(x) = 0 = f'(f(x)) \cdot f'(x)$

$a=0$ $f'(x) = 0$

$\rightarrow$ dort wo Tangente Steigung Null hat:

also $x_0 = 3$

- **Kettenregel**: Du hast die Kettenregel korrekt angewandt und verstanden, dass g eine waagrechte Tangente hat, wenn $g'(x) = f'(f(x)) \cdot f'(x) = 0$. (1 BE)
- **Waagrechte Tangente bei** $x = 3$: Du hast richtig geschlussfolgert, dass bei $x = 3$ eine waagrechte Tangente vorhanden ist, weil dort $f'(x) = 0$. (0,5 BE)
- **Weitere waagrechte Tangenten**: Denke daran, dass $g'(x) = 0$ auch dann, wenn $f'(f(x)) = 0$. Du solltest daher prüfen, für welche x-Werte $f(x)$ gleich der Stelle ist, an der f eine waagrechte Tangente besitzt (nämlich $x = 3$). Durch Betrachtung von Abbildung 2 kannst du festellten, dass $f(x) = 3$ für $x = 2$ und $x = 5$ zutrifft. Das bedeutet, dass g auch bei $x = 2$ und $x = 5$ waagrechte Tangenten besitzt.

Aufgabe 4 (2/5 Punkten)

Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen $\mathrm{f_a}$ mit $\mathrm{f_a(x) = a \cdot e^{-x} + 3}$ und $a \in \mathbb{R}\backslash\{0\}$.

1/1 BE **a)** Zeigen Sie, dass $f'_a(0) = -a$ gilt.

$f'(x) = -ae^{-x}$

$f'(0) = -ae^{-0} = -a$

- **Ableitung**: Du hast die Funktion f_a korrekt abgeleitet und als Ergebnis $f'(x) = -ae^{-x}$ erhalten. (0,5 BE)
- **Kettenregel**: Achte darauf, die einzelnen Schritte der Kettenregel explizit zu zeigen. Dies umfasst das Identifizieren der äußeren Funktion (in diesem Fall e^{-x}) und der inneren Funktion (in diesem Fall $-x$), sowie das Produkt ihrer Ableitungen.
- **Werteinsetzung**: Du hast richtig $x = 0$ in die abgeleitete Funktion eingesetzt und korrekt herausgefunden, dass $f'(0) = -a$. (0,5 BE)

1/4 BE **b)** Betrachtet wird die Tangente an den Graphen von $\mathrm{f_a}$ im Punkt $(0 \mid \mathrm{f_a}(0))$. Bestimmen Sie diejenigen Werte von a, für die diese Tangente eine positive Steigung hat und zudem die x-Achse in einem Punkt schneidet, dessen x-Koordinate größer als $\frac{1}{2}$ ist.

→ Steigung der Tangente bei 0

$f'(0) = -a$

$\Rightarrow -a > 0 \Rightarrow a < 0$

→ Nullstelle:

$0 = -ax + ae^{-x} + 3$

$= a(e^{-x} - x) + 3$

- **Tangentensteigung**: Du hast die Steigung der Tangente korrekt als $f'(0) = -a$ ermittelt und richtig gefolgert, dass für eine positive Steigung $a < 0$ gelten muss (1 BE).
- **Tangentengleichung**: Du hast die Tangetengleichung nicht explizit aufgestellt. Merke, die Gleichung der Tangente lautet $t(y) = -a \cdot x + (a + 3)$ und wird aus der Steigung und dem Punkt $(0 \mid a + 3)$ bestimmt.
- **Schnittpunkt mit der x-Achse**: Du hast versucht, die Nullstelle der Funktion f_a und nicht der Tangente zu ermitteln. Beachte, dass du die Gleichung $0 = -a \cdot x + a + 3$ nach x auflösen musst, um den Schnittpunkt der Tangente mit der x-Achse zu finden.
- **Bedingung für x-Koordinate**: Sobald du die korrekte Schnittpunktberechnung durchführst, stelle die Ungleichung $\frac{-3-a}{-a} > \frac{1}{2}$ auf und löse sie nach a auf. Du findest, dass $a < -6$ gelten muss, damit die x-Koordinate des Schnittpunkts größer als $\frac{1}{2}$ ist.

Analysis – Teil B

Aufgabe 1 (24/40 Punkten)

Gegeben ist die in $[0; 10]$ definierte Funktion $f : x \mapsto 2 \cdot \sqrt{10x - x^2}$. Der Graph von f wird mit G_f bezeichnet.

2/2 BE **a)** Bestimmen Sie die Nullstellen von f.

(zur Kontrolle: 0 und 10)

$\rightarrow f(x) = 0 = 2 \cdot \sqrt{10x - x^2}$

$\Leftrightarrow 0 = 4(10x - x^2)$

$\Leftrightarrow 0 = 10x - x^2 = (10 - x)x$

$\Leftrightarrow x_1 = 0$ o. $x_2 = 10$

- **Radikanden gleich null setzen**: Deine Vorgehensweise, den Radikanden gleich null zu setzen, war korrekt, um zur Gleichung $0 = 10x - x^2 = (10 - x)x$ zu gelangen (1 BE).
- **Anwendung des Nullproduktverfahrens**: Du hast das Nullproduktverfahren richtig angewandt und dabei die Nullstellen $x_1 = 0$ und $x_2 = 10$ ermittelt (1 BE).

Nachricht von Mathis

Die weitere Korrektur habe ich versteckt, damit du noch nicht alle Lösungen von diesem Abitur kennst. Bleib gespannt, wie dein persönliches Feedback und deine Aufgabenvorschläge aussehen werden!

Falls Du weitere Fragen haben solltest,
kontaktiere unser Team gerne jederzeit unter:

info@abimitmathis.de